

Lista nr 10 (poziom rozszerzony)

Zad. 1 (3 pkt.) Tygodniowa sprzedaż komputerów w pewnym sklepie przy cenie 4800 złotych wynosi 60 sztuk. Każde zmniejszenie ceny o 20 zł powoduje, że tygodniowa sprzedaż wzrasta o 1 sztukę. Jaką cenę powinien ustalić właściciel sklepu, aby zmaksymalizować swój zysk, jeśli hurtowa cena komputera to 3000 zł?

Zad. 2 (3 pkt.) W Dużym Lotku losujemy sześć liczb spośród liczb 1, 2, 3, ..., 49. Oblicz ile razy prawdopodobieństwo trafienia „trójki” (dokładnie 3 liczb spośród tych, które będą wylosowane) jest większe niż prawdopodobieństwo trafienia „szóstki”.

Zad. 3 (2 pkt.) Na parterze do windy wsiadło 6 osób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na jednym z 3-ech pięter budynku wysiadły co najmniej 4 osoby?

Zad. 4 (4 pkt.) Na pogotowiu ratunkowym prawdopodobieństwo dla każdej karetki, że będzie dostępna w nocy wynosi 0,4. Ile karetek musi posiadać pogotowie, aby w razie nocnego wypadku prawdopodobieństwo dostępności co najmniej jednej karetki było większe od 0,9?

Zad. 5 (2 pkt.) Dla jakiej wartości parametru m wartość największa funkcji $f(x) = -x^2 + mx + m$ jest możliwie najmniejsza?

Zad. 6 (2 pkt.) Dla jakiego parametru a ciągła jest poniższa funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \\ a, & x = 2 \end{cases}$$

Zad. 7 (2 pkt.) Dla jakich wartości parametrów a i b jest ciągła poniższa funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{dla } x \leq 0 \\ ax + b & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

Zad. 8 (2 pkt.) Czy równanie $4^x - x^2 = 0$ ma rozwiązanie w przedziale $[-1, 1]$?

Zad. 9 (2 pkt.) Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1,$$

gdzie x jest liczbą rzeczywistą.

Zad. 10 (3 pkt.) Dla jakich wartości a i b wielomian $W(x) = 6x^4 + 10x^3 + ax^2 - 15x + b$ jest podzielny przez wielomian $P(x) = 3x^2 + 5x - 7$?

Zad. 11 (2 pkt.) Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $W(x + 3)$ przez wielomian $x - 2$, jeżeli reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x - 5$ jest równa 4.

Zad. 12 (2-3 pkt.) Rozwiąż nierówność

a) $(-x - 2)(x - 3)(x - 6) \leq 0$

b) $x^4 + 2x^3 - 13x^2 + 4x - 30 > 0$.

Zad. 13 (3 pkt.) Znaleźć ekstrema lokalne funkcji $f(x) = (x^2 - 3) / (x - 2)$.